مقدمه

هنرمندان قدیمی برای اضافه نمودن حس توازن و شکوه به یک صحنه ، مجسمه یا بنا مدتها از ترکیب تناسب طلایی استفاده کرده‌اند . ترکیب مزبور یک تناسب ریاضی بر اساس نسبت ۶۱۸/۱ بوده و در اغلب مواقع در طبیعت ، مثلا در صدف‌های دریایی و الگوی دانه‌های گل آفتاب‌گردان و یا ساختار هندسی بازوهای میله‌ای کهکشانهای مارپیچی موجود در کیهان یافت می‌شود . امروزه سرنخ‌هایی از این نسبت طلایی در نانو ذرات بدست آمده است.

در واقع هم در عالم خرد و هم در عالم کلان این تناسب بخوبی قابل شناسایی است . به هر حال به کار بردن این نسبت در طراحی‌های دستی و رشته‌های هنری کار راحتی نمی‌باشد ، برای اینکه هرگز نمی‌توان به مرکز دوران مارپیچ رسید و این نقطه ، مرکزی نامعلوم و غیر قابل دسترس است و تا بی‌نهایت ادامه می‌یابد . به علت سهولت در ترسیم‌ها و کارهای عملی ، نسبت ۶/۱ در نظر گرفته می‌شود.

عکس‌های فوق مربوط به صدف‌های دریایی ، حلزون شنوایی گوش ، یک گردباد و یک کهکشان است.

در گل آفتاب‌گردان ، امتداد مسیر دوران مارپیچ طلایی یا فیبوناچی در هر دو جهت ساعت گرد و پاد ساعت گرد مشاهده میشود .

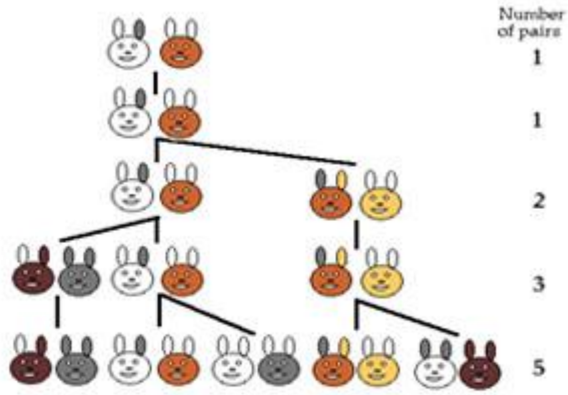
مستطیل طلایی ویژه

دنباله‌ی فیبوناچی و عدد طلایی

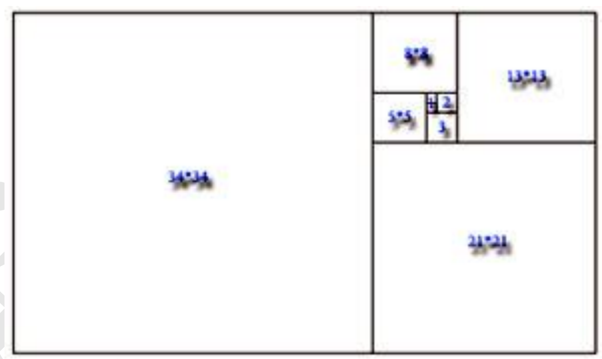
لئوناردو فیبوناچی ایتالیایی تبار اهل پیزا حدود سال ۱۲۰۰ میلادی مساله‌ای طرح کرد : فرض کنید که یک جفت خرگوش نر و ماده در پایان هر ماه یک جفت خرگوش نر و ماده جدید به دنیا بیاورند ... اگر هیچ خرگوشی از بین نرود ، در پایان یک سال چند جفت خرگوش وجود خواهد داشت ؟ البته در این مسئله می‌بایست قواعد و اصول فرضی و قراردادی زیر مراعات شوند!

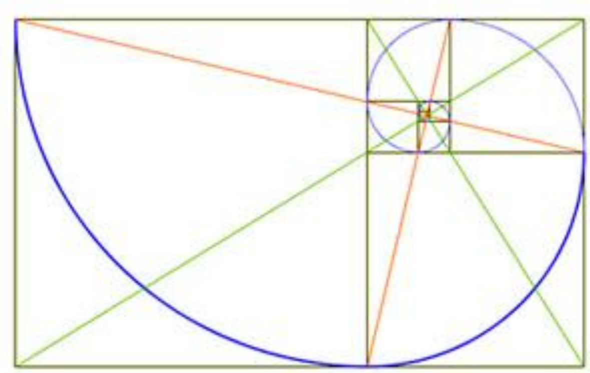
"شما یک جفت خرگوش نر و ماده دارید که همین الآن متولد شده‌اند خرگوشها پس از یک ماه بالغ می‌شوند.
دوران بارداری خرگوشها یک ماه است هنگامی که خرگوش ماده به سن بلوغ می‌رسد حتما باردار می‌شود.
در هر بار بارداری خرگوش ماده یک خرگوش نر و یک ماده می‌زایدخرگوش‌ها تا پایان سال نمی‌میرند" .
او برای حل این مسئله به یک سری از اعداد یا بهتر است بگوییم به یک دنباله رسید که عبارت بود از ... ۰،۱,۱,۲,۳,۵,۸,۱۳,۲۱,۳۴,۵۵,۸۹,۱, ۱۴۴,۲۳۳ که در این دنباله هر عددی (به غیر از صفر و یک اول) حاصل جمع دو عدد قبلی خودش می‌باشد ، به طور مثال ۵+۳=۸ یا ۲+۱=۳ و ...

علت بر اینکه در پایان ماه اول ، جفت اول به بلوغ می‌رسد و در پایان ماه دوم بعد از سپری کردن یک ماه بارداری ، یک جفت خرگوش متولد میشود که جمعا دو جفت خرگوش خواهیم داشت ، در پایان ماه سوم جفت اول یک جفت دیگر به دنیا می‌آورد ولی جفت دوم به پایان دوران بلوغ خود میرسد که در کل سه جفت خواهیم داشت در پایان ماه چهارم جفت اول و جفت دوم وضع حمل می‌کنند و تبدیل به چهار جفت میشوند و جفت سوم به بلوغ می‌رسد و در کل پنج جفت خواهیم داشت و الی آخر که در پایان ماه دوازدهم تعداد ۲۳۳ جفت خرگوش خواهیم داشت

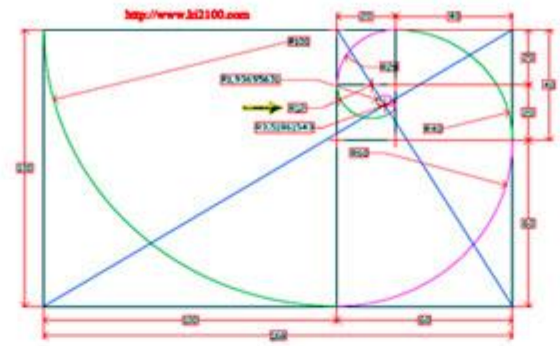


این مستطیل را ، مستطیل فیبوناچی نیز می‌نامند

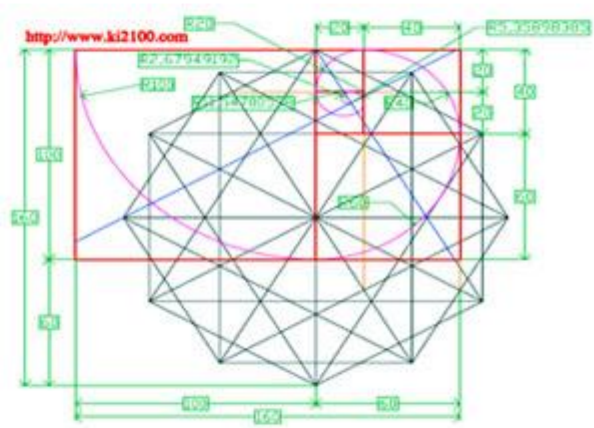




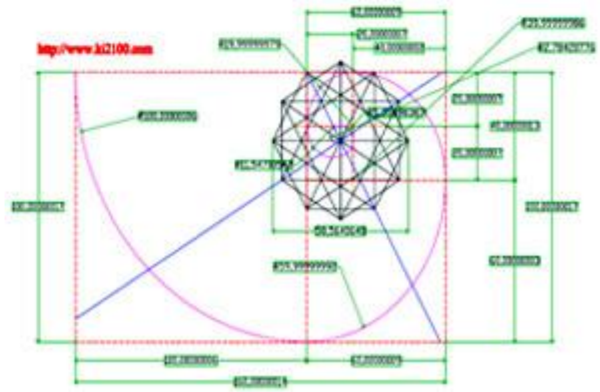
برای رسم مارپیچ طلایی یا فیبوناچی از راس (گوشه‌ی) هر مربع یک کمان به شعاعی برابر ضلع آن مربع رسم می‌کنیم . به این مارپیچ بدست آمده ، اسپیرال لگاریتمی هم گفته میشود



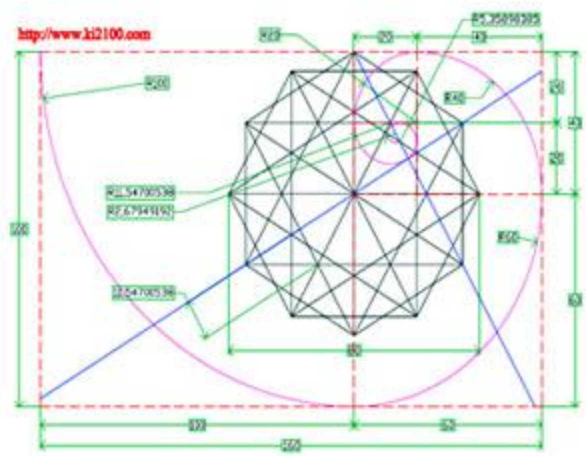
در رسم فوق دنباله را از عدد ۲۰ شروع کرده‌ایم یعنی سری اعداد ۱۰۰،۶۰،۴۰،۲۰،۲۰ ، در واقع نسبت عرض مستطیل به طول آن را ۱/۶/۱ در نظر گرفته‌ایم . رسم فوق با تقریب ۱/۰۰۰/۰۰۰/۱۰۰ توسط نرم‌افزار اتوکد اندازه گذاری شده است و طریقه رسم به حد کافی واضح و روشن می‌باشد و نکته جالب توجه اینکه برای رسم مارپیچ به این روش ، می‌بایست هفت کمان رسم شود که عدد صحیح ۱۲ برای شعاع کمان پنجم بدست می‌آید . مرکز هر کمان با علامت جمع مشخص شده است



به‌طور خلاصه با در نظر گرفتن تقاطع‌هایی که خطوط با زاویه‌ی قائمه یکدیگر را قطع کرده‌اند ، میتوان مستطیل و مارپیچ طلایی فیبوناچی را در رسم توسعه یافته‌ی ستاره داوود رسم نمود . همانطور که مشخص است اختلاف بسیار جزیی این رسم با رسم قبلی مشاهده میشود آنهم در کمانهای ۵ ، ۶ ، ۷ به علت تغییر جزیی در قطرهای آبی رنگ و در تناسبات هندسی اختلافی وجود ندارد ، که دال بر این موضوع است که تناسب طلایی در رسم ستاره داوود توسعه یافته جاری می‌باشد و در مباحث بعدی توضیح خواهیم داد که کلیه موجوداتی که در آنها تناسبات طلایی دیده میشود ، تناسب خود را مدیون این ترسیم‌ها و ساختارهای هندسی در ستاره داوود توسعه یافته هستند.



در رسم فوق مستطیل و مارپیچ طلایی به مرکز رسم ستاره داوود توسعه یافته انتقال داده شده است.



در رسم فوق مستطیل و مارپیچ طلایی به نقطه‌ی دیگری انتقال داده شده است.

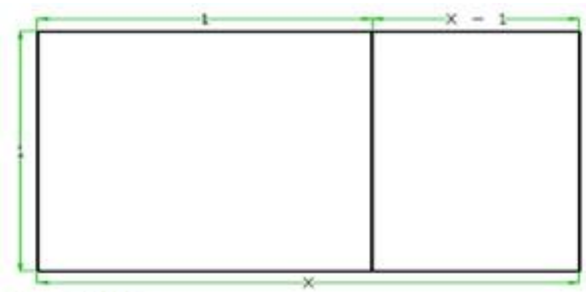
اینک اگر در این دنباله (۱,۱,۲,۳,۵,۸,۱۳,۲۱,۳۴,۵۵,۸۹,۱۴۴, ۲۳۳) هر عدد را به عدد قبلی‌اش تقسیم کنیم یک چنین سری را بدست می‌آوریم :

۱=۱/۱ ، ۲=۱/۲ ، ۵/۱=۲/۳ ، ۶۶/۱=۳/۵ ...، ۶/۱=۵/۸ ، ۶۲۵/۱=۸/۱۳ ، ....، ۶۱۸۰۵/۱=۱۴۴/۲۳۳......

که هر چقدر جلوتر برویم به‌نظر می‌آید که به یک عدد مخصوص می‌رسیم . این عدد را عدد طلایی می‌نامند که این عدد تقریبا برابر است با ۶۱۸۰۳۳/۱...............

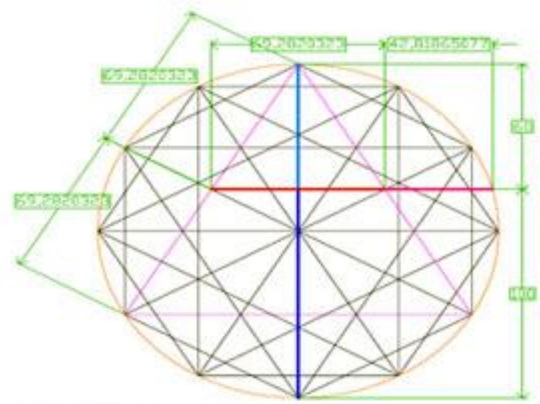
روش جبری برای بدست آوردن عدد طلایی:

مستطیلی به عرض ۱ واحد و طول x را در نظر می‌گیریم مسلما x بزرگتر از ۱ می‌باشد.



اینک باید مقدار x را چنان تعیین کنیم (بدست آوریم) که اگر مربعی به ضلع ۱ واحد را از این مستطیل جدا نماییم ، مستطیل بدست آمده‌ی کوچکتر ، متناسب مستطیل بزرگتر قبلی باشد ، یعنی $x/1=1/(x-1)$ a به بیان ساده‌تر ، نسبت طول به عرض مستطیل اول برابر نسبت طول به عرض مستطیل بدست آمده (مستطیل دوم) باشد که با ضرب صورت در مخرج طرفین تناسب ، یک معادله درجه ۲ بدست می‌آید یعنی $x^2-x-1=0$ و با ریشه‌یابی این معادله به ریشه‌های ۱/۶۱۸۰ و ۰/۶۱۸۰- دست می‌یابیم .

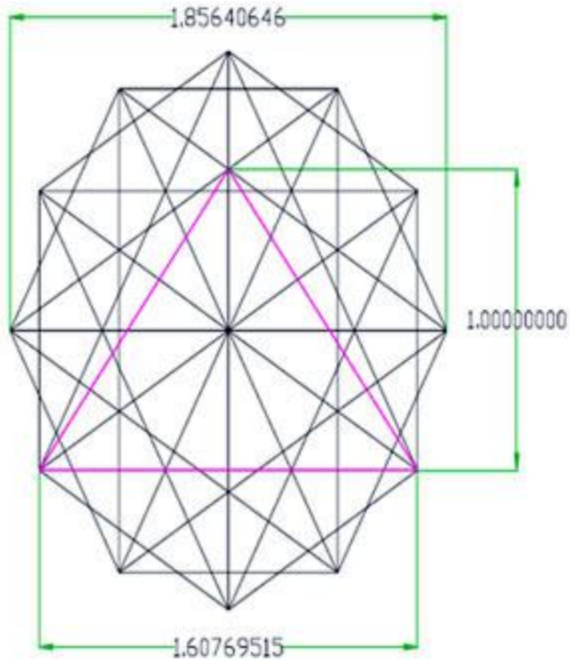
روشهای هندسی برای بدست آوردن عدد طلایی :



اگر یک مثلث متساوی‌الاضلاع رسم کنیم (مثلث بنفش) و از مرکز آن دایره‌ای رسم کنیم تا از سه راس آن مثلث عبور کند (دایره نارنجی) و وسط دو ضلع مثلث را یافته و پاره خطی از آن دو نقطه تا محیط دایره ، رسم کنیم دو پاره خط با نسبت طلایی بدست می‌آید (پاره خط زرشکی و سرخ آبی).

رسم زیر روش دیگری برای رسم مستطیل طلایی ویژه و تناسبات طلایی ، و همچنین بدست آوردن عدد طلایی را نشان می‌دهد.

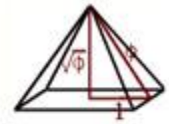
جهت رسم یک مستطیل طلایی به نسبت عدد طلایی ابتدا یک مربع به ضلع یک واحد کشیده سپس طبق شکل فوق وسط ضلع پایینی این مربع را پیدا می‌کنیم . سپس یک قوس با شعاعی به اندازه وسط ضلع پایینی مربع تا گوشه سمت راست بالا می‌کشیم تا طول مستطیل معلوم شود .

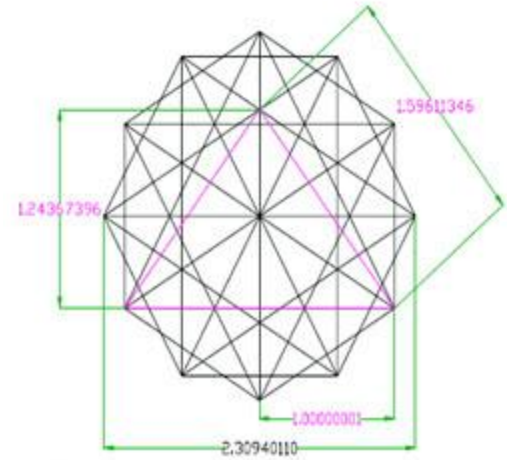


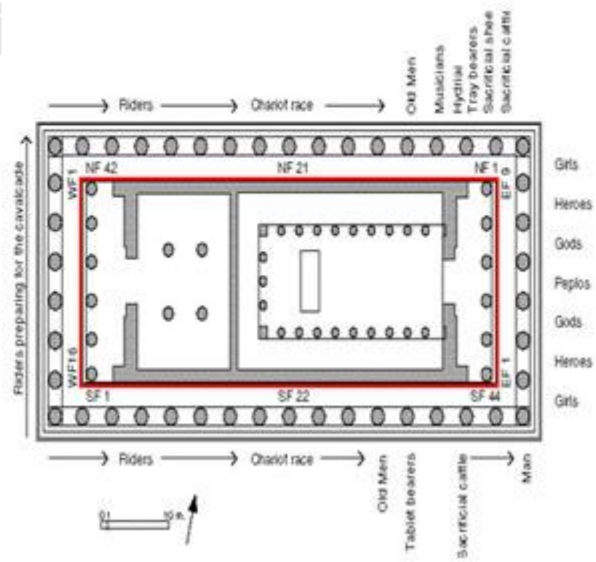
نسبت های طلایی در معماری:

جالب است بدانیم که نسبت ضلع بلندتر به ضلع کوتاه‌تر مستطیل طلایی که نسبت طلایی نامیده می‌شود ، در بسیاری از طرح‌های هنری از قبیل معماری و خطاطی ظاهر می‌شود . مطابق تحقیقات انجام شده ، نسبت طول ضلع قاعده به ارتفاع در اهرام ثلاثه مصر ، برابر نسبت طلایی است . همچنین دیوارهای معبد پارتنون از مستطیل‌های طلایی ساخته شده است ! زیرا به اعتقاد سازندگان آنها ، مستطیل‌ها با نسبت‌های طلایی به چشم خوشایندتر هستند و این موضوع دال بر این واقعیت است که این تناسبات هندسی در ذات انسان‌ها نیز شکل گرفته‌اند!

اهرام مصر، دوره فراعنه (مصر قدیم)







معبد پارتنون ، یونان (دوره آرکائیک)

تعریف ریاضی سری اعداد یا دنباله‌ی فیبوناچی و عدد طلایی (فیΦ)

غیر از دو عدد اول (۰ و ۱) اعداد بعدی از جمع دو عدد قبلی خود بدست می‌آیند . اولین اعداد این سری عبارتند از :
۱۸۱,۶۷۶۵,۱۰۹۴۶,� �۴,۲۳۳,۳۷۷,۶۱۰,۹۸۷,۱۵۹۷,۲۵۸۴ ۰,۱,۱,۲,۳,۵,۸,۱۳,۲۱,۳۴,۵۵,۸۹,۱۴
این سری از اعداد به نام لئوناردو فیبوناچی ریاضیدان ایتالیایی نام گذاری شده است .

طبق تعریف :مقدار عددی حد فوق به عدد فی یا همان ....۱/ ۶۱۸۰۳۳ می‌رسد . اگر عدد فی را بتوان دو برسانیم مثل این است که یک واحد به عدد فی افزوده باشیم یعنی$\Phi^2=\Phi+$ ۱ و اگر عدد یک را بر فی تقسیم کنیم مثل این است که یک واحد از عدد فی کم کرده باشیم یعنی:

$\Phi=\Phi-$۱/۱

مایاهایی که در خلال سالهای ۲۰۰۰ تا ۹۰۰ قبل از میلاد ، ساکن آمریکای جنوبی بوده‌اند ، چنین به نظر می‌رسد که برای رصد کردن حرکات متغیر اجرام آسمانی ، اهرامی بنا نهادند و تقویم شمسی دقیقی وضع کردند . همچنین با محاسبات خود ، وقوع خسوف و کسوف را پیش بینی و مراسم قربانی کردن انسانها را تدارک می‌دیده‌اند و عقیده بر این داشتند که این کار آنها خشم خدایان را از آنها برطرف می‌کند.

زیگورات مایاها ، مکزیک

به یقین می‌توان گفت که مطالب و موضوعات بسیار مهمی در علوم بشریت در زمینه‌ی ریاضیات ، هندسه و نجوم مفقود و از بین رفته است و فقط نشانه‌های تلخ و ناخوشایندی از آن دانسته‌ها در ساخته‌های دست بشر باقیمانده است که در مباحث بعدی سعی خواهیم کرد این دانسته‌های از بین رفته را بازیابی نماییم . البته ما باید مابین علم و جنایت فرق قائل شویم .

سری فیبوناچی چه در ریاضیات چه در فیزیک و علوم طبیعی ، کاربردهای بسیار دیگری دارد ، ارتباط زیبای فاصله‌های خوش صدا در موسیقی ، چگونگی تولد یک کهکشان و ... که در مطالب آینده راجع به آنها بحث خواهیم کرد. این الگو را می توان در گلبرگ‌ها یا دانه‌های بسیاری از گیاهان مثلاً آناناس ، گل داوودی ، گل کلم ، میوه‌های کاج و ... مشاهده کرد .

خود انسان از ناف به نسبت فی تقسیم می‌شود . این نسبت نقش پیچیده‌ای در پدیده‌هایی مانند ساختار کریستال‌ها ، سال‌های نوری فاصله بین سیارات و پریودهای چرخش ضریب شکست نور در شیشه ، ترکیب‌های موسیقی ، ساختار سیاره‌ها و حیوانات بازی می‌کند . علم ثابت کرده است که این نسبت به راستی نسبت پایه و مبنای خلقت جهان است . هنرمندان دوره‌ی رونسانس عدد فی را یک نسبت الهی می‌دانسته‌اند .

از زمانی که هنرمندان و معماران به عمد شروع به استفاده از نسبت طلایی کردند ، نشان داده شد که مخاطبان شیفتگی و شیدایی بیشتری نسبت به کارهای آنها از خود نشان دادند . مستطیل‌های طلایی ، مانند نسبت طلایی فوق‌العاده ارزشمند هستند . در بین مثال‌های بی‌شمار از وجود این نسبت و یکی از برجسته‌ترین آنها مارپیچ های DNA است . این دو مارپیچ فاصله دقیقی را با هم براساس نسبت طلایی حفظ می‌کنند و دور یکدیگر می‌تابند . در حالی که نسبت طلایی و مستطیل طلایی جلوه‌های زیبایی را از طبیعت و ساخته‌های دست انسان به نمایش می‌گذارد ، جلوه دیگری از این شکوه وجود دارد که زیبایی‌های تحرک را به نمایش می‌گذارد . یکی از بزرگ‌ترین نمادهایی که می‌تواند رشد و حرکات کاینات را نشان دهد ، اسپیرال طلایی است.

اسپیرال طلایی که به آن اسپیرال لگاریتمی و اسپیرال متساوی‌الزاویه نیز می‌گویند هیچ حدی ندارد و شکل ثابتی است . روی هر نقطه از اسپیرال می توان به هر یک از دو سو تا بی‌نهایت حرکت کرد . از یک سو هرگز به مرکز نمی‌رسیم و از سوی خارجی نیز هرگز به انتها نمی‌رسیم . هسته‌ی اسپیرال لگاریتمی وقتی با میکروسکوپ مشاهده می‌شود همان منظره‌ای را دارد که وقتی به اندازه هزاران سال نوری به جلو می‌رویم . دیوید برگامینی در کتاب ریاضیاتش خاطرنشان می‌کند که منحنی ستاره‌های دنباله‌دار از خورشید کاملا شبیه به اسپیرال لگاریتمی است . عنکبوت شبکه تارهای خود را به صورت اسپیرال لگاریتمی می‌بافد . رشد باکتری‌ها دقیقاً براساس رشد منحنی اسپیرال است . هنگامی که سنگ‌های آسمانی با سطح زمین برخورد می‌کنند ، مسیری مانند اسپیرال لگاریتمی را طی می کنند . عدد فی Φ عددی مربوط به خلقت پروردگار یکتا است .

اسب‌های آبی ، صدف حلزون‌ها ، صدف نرم‌تنان ، موج‌های اقیانوس‌ها ، سرخس‌ها ، شاخ‌های جانوران و نحوه قرار گرفتن گلبرگ‌های گل آفتاب‌گردان و چیدمان گل مروارید ، همه به صورت اسپیرال لگاریتمی است . گردباد و منظومه‌ها از نگاه بیرون کا ملاً در مسیری به صورت اسپیرال حرکت می‌کنند.